

MATEMATICĂ · CLASA A V-A

Lecția 24

Criterii de divizibilitate

Ce verificăm?

Un număr este divizibil cu altul dacă împărțirea are restul 0.

Exemplu: $18 : 3 = 6$, rest 0. Deci 18 este divizibil cu 3.

Criteriile ne ajută să verificăm fără împărțirea completă.

Ne uităm la anumite cifre sau la suma cifrelor.

Divizibilitatea cu 2

Un număr este divizibil cu 2 exact când ultima cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.

3 9 8

Ultima cifră este 8. Deci 398 este divizibil cu 2.

Numerele divizibile cu 2 se numesc numere pare.

Divizibilitatea cu 5

Un număr este divizibil cu 5 exact când ultima cifră este 0 sau 5.

1 8 5

Ultima cifră este 5. Deci 185 este divizibil cu 5.

Alte exemple: 70 și 20 105. Numărul 182 nu se divide cu 5.

Divizibilitatea cu 10

Un număr este divizibil cu 10 exact când ultima cifră este 0.

6 7 0

Ultima cifră este 0. Deci 670 este divizibil cu 10.

Un număr divizibil cu 10 este divizibil și cu 2, și cu 5.

Același număr, mai multe criterii

120 se termină în 0. Se divide cu 2, cu 5 și cu 10.

135 se termină în 5. Se divide cu 5, dar nu cu 2 sau 10.

148 se termină în 8. Se divide cu 2, dar nu cu 5 sau 10.

Pentru aceste trei criterii, ultima cifră decide.

Divizibilitatea cu 100 și 1000

Pentru numerele naturale nenule:

Ultimele 2 cifre sunt 00: numărul se divide cu 100.

Ultimele 3 cifre sunt 000: numărul se divide cu 1000.

Exemple: $7800 : 100 = 78$ și $45\ 000 : 1000 = 45$.

Divizibilitatea cu puterile lui 10

$$10^1 = 10, 10^2 = 100, 10^3 = 1000, \dots$$

Un număr natural nenul este divizibil cu 10^n exact când

ultimele n cifre sunt 0, unde $n \geq 1$.

Zero este divizibil cu orice putere a lui 10: $0 : 10^n = 0$.

Divizibilitatea cu 3

Un număr este divizibil cu 3 exact când suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.

1 2 3

$1 + 2 + 3 = 6$. Numărul 6 este divizibil cu 3.

Deci 123 este divizibil cu 3. Verificare: $123 : 3 = 41$.

Un număr mare, aceeași regulă

Verificăm dacă 1 674 510 este divizibil cu 3.

Adunăm cifrele: $1 + 6 + 7 + 4 + 5 + 1 + 0 = 24$.

$24 : 3 = 8$, rest 0. Deci și 1 674 510 se divide cu 3.

Verificare: $1\ 674\ 510 : 3 = 558\ 170$.

Divizibilitatea cu 9

Un număr este divizibil cu 9 exact când suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

4 7 7

$4 + 7 + 7 = 18$. Numărul 18 este divizibil cu 9.

Deci 477 este divizibil cu 9. Verificare: $477 : 9 = 53$.

Legătura dintre 3 și 9

Orice număr divizibil cu 9 este divizibil și cu 3.

Pentru 477, suma cifrelor este 18. Se divide cu 9 și cu 3.

Un număr divizibil cu 3 poate să nu se dividă cu 9.

Exemplu: 123 are suma cifrelor 6. Se divide cu 3, dar nu cu 9.

Divizibilitatea cu 4

Divizibil cu 4: ultimele două cifre formează un număr divizibil cu 4.

3 0 1 6

16 : 4 = 4, rest 0. Deci 3016 este divizibil cu 4.

Pentru o singură cifră, se divide cu 4 numerele 0, 4 și 8.

De ce ajung ultimele două cifre?

$$3016 = 3000 + 16.$$

3000 este divizibil cu 4, deoarece $3000 = 4 \cdot 750$.

16 este divizibil cu 4. Prin urmare, și suma se divide cu 4.

Orice sută întreagă se divide cu 4: $100 = 4 \cdot 25$.

Unde ne uităm?

La ultima cifră: pentru 2, 5 și 10.

La ultimele două cifre: pentru 4.

La suma tuturor cifrelor: pentru 3 și 9.

Pentru 100, 1000, ...: verificăm zerourile de la final.

Cifra necunoscută: 20x1

20x1 reprezintă un număr de patru cifre. x este o cifră.

Pentru divizibilitate cu 3: $2 + 0 + x + 1 = 3 + x$.

x poate fi 0, 3, 6 sau 9. Suma devine 3, 6, 9 sau 12.

Numerele sunt 2001, 2031, 2061 și 2091.

Prima cifră nu poate fi 0

Căutăm numerele de cinci cifre x4581 divizibile cu 9.

Suma cifrelor: $x + 4 + 5 + 8 + 1 = x + 18$.

x este prima cifră, deci poate fi doar de la 1 la 9.

Singura alegere este $x = 9$: suma este 27. Numărul: 94581.

Două greșeli de evitat

Pentru 4, o ultimă cifră pară nu este suficientă.

314 este par, dar 14 nu se divide cu 4. Nici 314 nu se divide.

Pentru 9, ultima cifră 9 nu este suficientă.

19 are suma cifrelor 10, deci nu este divizibil cu 9.

Exersează 1: criteriile pentru 2, 5 și 10

Se dau numerele: 120, 135, 248, 470, 503.

a) Care sunt divizibile cu 2?

b) Care sunt divizibile cu 5?

c) Care sunt divizibile cu 10?

Exersează 2: suma cifrelor

Se dau numerele: 123, 477, 63 414.

a) Calculează suma cifrelor fiecărui număr.

b) Care numere sunt divizibile cu 3?

c) Care numere sunt divizibile cu 9?

Exersează 3: ultimele două cifre

Se dau numerele: 132, 214, 3008.

a) Scrie numărul format din ultimele două cifre.

b) Care dintre numerele date sunt divizibile cu 4?

Explică fiecare alegere. Pentru 3008, citește 08 ca 8.

Exersează 4: zerourile de la final

Se dau numerele: 4200, 35 000, 7050.

- a) Care sunt divizibile cu 10?**
- b) Care sunt divizibile cu 100?**
- c) Care sunt divizibile cu 1000?**

Exersează 5: cifra necunoscută

În fiecare caz, x reprezintă o singură cifră.

a) Află toate cifrele x pentru care $43x$ se divide cu 3.

b) Află cifra x pentru care $x251$ se divide cu 9.

La b), $x251$ trebuie să fie un număr de patru cifre.

Răspunsuri 1: criteriile pentru 2, 5 și 10

a) Cu 2: 120, 248, 470. Ultima cifră este pară.

b) Cu 5: 120, 135, 470. Ultima cifră este 0 sau 5.

c) Cu 10: 120, 470. Ultima cifră este 0.

503 nu se divide cu niciunul dintre numerele 2, 5, 10.

Răspunsuri 2: suma cifrelor

123: $1 + 2 + 3 = 6$. Se divide cu 3, dar nu cu 9.

477: $4 + 7 + 7 = 18$. Se divide cu 3 și cu 9.

63 414: $6 + 3 + 4 + 1 + 4 = 18$. Se divide cu 3 și cu 9.

Cu 3: toate trei. Cu 9: doar 477 și 63 414.

Răspunsuri 3: ultimele două cifre

132: verificăm 32. Deoarece $32 : 4 = 8$, răspunsul este da.

214: verificăm 14. $14 = 4 \cdot 3 + 2$, deci răspunsul este nu.

3008: verificăm 08, adică 8. $8 : 4 = 2$, deci răspunsul este da.

Numerele divizibile cu 4 sunt 132 și 3008.

Răspunsuri 4: zerourile de la final

a) Cu 10: 4200, 35 000 și 7050.

b) Cu 100: 4200 și 35 000.

c) Cu 1000: doar 35 000.

4200 nu se divide cu 1000: ultimele trei cifre sunt 200.

Răspunsuri 5: cifra necunoscută

a) $4 + 3 + x = 7 + x$. Sumele potrivite sunt 9, 12, 15.

$x = 2, 5$ sau 8 . Numerele sunt 432, 435, 438.

b) $x + 2 + 5 + 1 = x + 8$. x este între 1 și 9.

Suma trebuie să fie 9, deci $x = 1$. Numărul este 1251.