

MATEMATICĂ · CLASA A V-A

Lecția 21

Metoda falsei ipoteze

O presupunere care simplifică problema

Presupunem, de exemplu, că toate animalele sunt găini.

Calculăm ce rezultat ar da această presupunere.

Comparăm cu datele problemei și corectăm diferența.

Găini și iepuri

Într-o grădină sunt găini și iepuri.

În total sunt 12 animale și 40 de picioare.

Câte găini și câți iepuri sunt în grădină?

Prima ipoteză: toate sunt găini

O găină are 2 picioare. Presupunem că avem 12 găini.

În această ipoteză: $12 \cdot 2 = 24$ de picioare.

În realitate sunt 40. Diferența: $40 - 24 = 16$.

Ne lipsesc 16 picioare față de totalul din problemă.

Ce schimbă o singură înlocuire?

În ipoteza noastră, înlocuim o găină cu un iepure.

$$2 \xrightarrow{+ 2} 4$$

Numărul animalelor rămâne 12. Totalul crește cu 2 picioare.

Câte înlocuiri sunt necesare?

Trebuie să adăugăm 16 picioare la totalul presupus.

Fiecare înlocuire adaugă $4 - 2 = 2$ picioare.

Numărul înlocuirilor: $16 : 2 = 8$.

Cele 8 înlocuiri înseamnă 8 iepuri.

Răspunsul și verificarea

Iepuri: 8. Găini: $12 - 8 = 4$.

Verificăm numărul animalelor: $4 + 8 = 12$.

Verificăm picioarele: $4 \cdot 2 + 8 \cdot 4 = 8 + 32 = 40$.

Răspuns: 4 găini și 8 iepuri.

A doua ipoteză: toate sunt iepuri

Presupunem că avem 12 iepuri: $12 \cdot 4 = 48$ de picioare.

Surplusul este de $48 - 40 = 8$ picioare.

Înlocuirea unui iepure cu o găină reduce totalul cu 2.

Găini: $8 : 2 = 4$. Iepuri: $12 - 4 = 8$.

Ce reprezintă numărul înlocuirilor?

Pornim cu găini: înlocuirile ne dau numărul iepurilor.

Pornim cu iepuri: înlocuirile ne dau numărul găinilor.

Ambele ipoteze duc la același răspuns: 4 găini și 8 iepuri.

O problemă cu bilete

La un spectacol s-au vândut 20 de bilete.

Un bilet de copil costă 10 lei, iar unul de adult 15 lei.

Încasarea totală este de 240 de lei.

Câte bilete de fiecare fel s-au vândut?

Ipoteza pentru bilete

Presupunem că toate cele 20 de bilete sunt de copil.

Încasarea presupusă: $20 \cdot 10 = 200$ de lei.

Mai trebuie: $240 - 200 = 40$ de lei.

Un bilet de adult aduce cu $15 - 10 = 5$ lei mai mult.

Diferența adusă de un bilet

Înlocuim în ipoteză un bilet de copil cu unul de adult.

$$10 \xrightarrow{+ 5} 15$$

Pentru încă 40 de lei sunt necesare $40 : 5 = 8$ înlocuiri.

Numărul biletelor și verificarea

Bilete de adult: 8. Bilete de copil: $20 - 8 = 12$.

Numărul biletelor: $8 + 12 = 20$.

Încasarea: $8 \cdot 15 + 12 \cdot 10 = 120 + 120 = 240$ de lei.

Răspuns: 8 bilete de adult și 12 bilete de copil.

Diferența totală și diferența pe obiect

La animale: diferența totală este de 16 picioare.

O înlocuire schimbă totalul cu $4 - 2 = 2$ picioare.

De aceea calculăm $16 : 2 = 8$ înlocuiri.

Împărțim la schimbarea produsă de o singură înlocuire.

Pașii metodei

- 1. Alegem o ipoteză simplă și calculăm totalul presupus.**
2. Aflăm diferența față de totalul din problemă.
3. Împărțim diferența la schimbarea dată de o înlocuire.
- 4. Aflăm ambele cantități și verificăm datele problemei.**

Exersează 1: găini și iepuri

Într-o curte sunt 10 animale: găini și iepuri.

În total au 28 de picioare.

Câte găini și câți iepuri sunt?

Pornește de la ipoteza că toate sunt găini.

Exersează 2: biciclete și mașini

Într-o parcare sunt 18 vehicule: biciclete și mașini.

O bicicletă are 2 roți, iar o mașină are 4 roți.

În total sunt 58 de roți, fără roțile de rezervă.

Câte biciclete și câte mașini sunt?

Exersează 3: două feluri de caiete

S-au cumpărat 25 de caiete.

Unele costă 4 lei, iar celelalte costă 7 lei fiecare.

Suma plătită este de 130 de lei.

Câte caiete s-au cumpărat din fiecare fel?

Exersează 4: punctajul unui concurs

Un elev răspunde la toate cele 12 întrebări.

Primește 5 puncte pentru fiecare răspuns corect.

Pierde 2 puncte pentru fiecare răspuns greșit.

Obține 39 de puncte. Câte răspunsuri corecte are?

Răspunsuri 1: găini și iepuri

Ipoteză: 10 găini. Total presupus: $10 \cdot 2 = 20$.

Diferență: $28 - 20 = 8$. Iepuri: $8 : (4 - 2) = 4$.

Găini: $10 - 4 = 6$. În total: $6 + 4 = 10$ animale.

Verificare: $6 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 12 + 16 = 28$ de picioare.

Răspunsuri 2: biciclete și mașini

Ipoteză: 18 biciclete. Total presupus: $18 \cdot 2 = 36$.

Diferență: $58 - 36 = 22$. Mașini: $22 : 2 = 11$.

Biciclete: $18 - 11 = 7$. În total: $7 + 11 = 18$ vehicule.

Verificare: $7 \cdot 2 + 11 \cdot 4 = 14 + 44 = 58$ de roți.

Răspunsuri 3: caiete

Ipoteză: toate costă 4 lei. Total: $25 \cdot 4 = 100$ de lei.

Diferență: $130 - 100 = 30$. O înlocuire adaugă 3 lei.

Caiete de 7 lei: $30 : 3 = 10$. Caiete de 4 lei: 15.

Verificare: $15 + 10 = 25$ și $15 \cdot 4 + 10 \cdot 7 = 130$.

Răspunsuri 4: schimbarea punctajului

Presupunem că toate răspunsurile sunt corecte.

Punctaj presupus: $12 \cdot 5 = 60$. Diferență: $60 - 39 = 21$.

La un răspuns greșit, pierdem cele 5 puncte presupuse.

Mai scădem 2 puncte. Schimbarea totală este $5 + 2 = 7$.

Răspunsuri 4: rezultatul și verificarea

Răspunsuri greșite: $21 : 7 = 3$.

Răspunsuri corecte: $12 - 3 = 9$.

Verificare: $9 + 3 = 12$ întrebări.

Punctaj: $9 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 45 - 6 = 39$. Corect!