

MATEMATICĂ · CLASA A V-A

Lecția 13

Reguli de calcul cu puteri

@ianchisflaviu.ro

Ne amintim ce înseamnă o putere

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Baza este 2. Exponentul 3 arată trei factori 2.

Regulile vin din această înmulțire repetată.

Înmulțim puteri cu aceeași bază

$$2^3 \cdot 2^2$$

$$= (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2)$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$= 2^5 = 32$$

Regula 1: adunăm exponenții

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Baza rămâne aceeași.

Exemplu: $7^5 \cdot 7^6 = 7^{11}$.

De ce adunăm?

Primul produs are m factori a .

Al doilea produs are n factori a .

$m + n$ **factori** a

Împărțim puteri cu aceeași bază

$$2^5 : 2^2$$

$$= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2)$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$= 2^3 = 8$$

Regula 2: scădem exponenții

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Condiții: $a > 0$ și $m \geq n$.

Exemplu: $11^4 : 11^2 = 11^2 = 121$.

Când exponenții sunt egali

$$5^3 : 5^3 = 1$$

Regula dă $5^{3-3} = 5^0$.

Așadar, $5^0 = 1$.

Ridicăm o putere la putere

$$(3^2)^3 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$$

$$= 3^{2+2+2}$$

$$= 3^6 = 729$$

Regula 3: Înmulțim exponenții

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Baza rămâne aceeași.

Exemplu: $(2^3)^4 = 2^{12}$.

Ridicăm un produs la putere

$$(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1\,000$$

$$2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1\,000$$

Rezultatele sunt egale.

Regula 4: fiecare factor primește exponentul

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Exemplu: $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$.

Verificare: $12^2 = 9 \cdot 16 = 144$.

Ridicăm un cât la putere

$$(12 : 4)^2 = 3^2 = 9$$

$$12^2 : 4^2 = 144 : 16 = 9$$

Împărțirea $12 : 4$ este exactă.

Regula 5: ambii termeni primesc exponentul

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

În $\mathbb{N}$ folosim regula când $a : b$ este exactă și $b > 0$.

Exemplu: $(15 : 5)^3 = 15^3 : 5^3 = 27$.

Identifică regula potrivită

Aceeași bază, înmulțire: adună exponenții.

Aceeași bază, împărțire: scade exponenții.

Putere a unei puteri: înmulțește exponenții.

Produs sau cât la putere: aplică exponentul fiecăruia.

Un calcul cu mai multe reguli

$$5^4 \cdot 5^2 : 5^3$$

$$= 5^{4+2-3}$$

$$= 5^3$$

$$= 125$$

Schimbăm baza când ajută

$$4^3 \cdot 2^2 : 2^5$$

$$4 = 2^2, \text{ deci } 4^3 = (2^2)^3 = 2^6.$$

$$= 2^6 \cdot 2^2 : 2^5$$

$$= 2^3 = 8$$

Atenție: regula nu merge la adunare

$$2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$$

$$2^{3+2} = 2^5 = 32$$

$12 \neq 32$, deci nu adunăm exponenții aici.

Nici suma din paranteză nu se distribuie

$$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$25 \neq 13$$

Reține cele cinci reguli

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

La împărțire: $a > 0$, $m \geq n$; pentru cât, $a : b$ exactă.

Exersează: aceeași bază

a) $3^4 \cdot 3^2$

b) $7^9 : 7^6$

c) $10^5 : 10^3$

d) $6^2 \cdot 6^3 : 6^4$

Exersează: paranteze

a) $(2^3)^2$

b) $(2 \cdot 3)^3$

c) $(12 : 4)^2$

d) $(5^2)^3 : 5^4$

Exersează: provocare

a) $5^4 \cdot 2^4 : 10^2$

b) $4^3 \cdot 2^2 : 2^5$

c) Verifică dacă $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$.

Răspunsuri: aceeași bază

a) $3^6 = 729$

b) $7^3 = 343$

c) $10^2 = 100$

d) $6^1 = 6$

Răspunsuri: paranteze

a) $2^6 = 64$

b) $6^3 = 216$

c) $3^2 = 9$

d) $5^6 : 5^4 = 5^2 = 25$

Răspunsuri: provocare

a) $10^4 : 10^2 = 10^2 = 100$

b) $2^6 \cdot 2^2 : 2^5 = 2^3 = 8$

c) $25 \neq 13$; **egalitatea este falsă.**